



Projekt Fizyka Plus nr POKL.04.01.02-00-034/11 współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki.

Kurs Plus - Fizyka

Materiały na kurs zaawansowany, uzupełniający

Przygotowanie: Piotr Niezurawski, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

e-mail: Piotr.Niezurawski@fuw.edu.pl

Powinniśmy porzucić rozróżnienie pomiędzy myślą naukową a nienaukową.

Właściwe rozróżnienie polega na podziale na myśl logiczną i nielogiczną.

Clive Staples Lewis (1898–1963)

1 Oscylator tłumiony *

Oblicz prędkość i przyspieszenie ciężarka, którego położenie na osi X jest opisane równaniem

$$x(t) = A e^{-\lambda t} \sin(\omega t + \phi) ,$$

gdzie A , λ , ω , ϕ są pewnymi stałymi. Wyraż przyspieszenie jako funkcję prędkości i położenia.

2 Prędkość i przyspieszenie w ruchu jednostajnym *

Udowodnij, że wartość prędkości punktu materialnego jest stała wtedy i tylko wtedy, gdy jego przyspieszenie jest prostopadłe do prędkości albo wartość przyspieszenia wynosi 0.

Wskazówka: Oblicz szybkość, z jaką zmienia się wartość wyrażenia $\vec{v} \cdot \vec{v}$ czyli v^2 .

3 Część i całość *

Student otrzymał zadanie obliczenia siły, jaką jedna półkula jednorodnej kuli działa na drugą półkulę. Po wielu bezsensownych nocach doszedł do wniosku, że musi skorzystać z następującego twierdzenia:

Zbiór Z punktów materialnych jest sumą dwóch rozłącznych zbiorów punktów materialnych: A oraz B . Jeśli oddziaływania między punktami materialnymi spełniają III zasadę dynamiki, to siła, jaką działa zbiór punktów B na zbiór punktów A , jest równa sile, jaką działa zbiór punktów Z na zbiór punktów A .

Udowodnij to twierdzenie.

4 Ciekawy skutek braku masy

Udowodnij następujące twierdzenie.

Wypadkowa siła działająca na nieważkie ciało jest zawsze równa 0.

Jest ono bardzo przydatne zagadnieniach, w których występują nieważkie liny, pręty, bloczki itd.

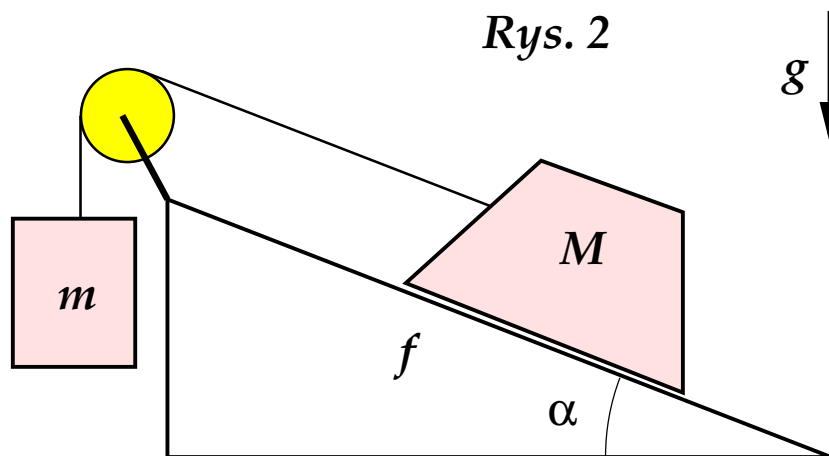
5 Wjazd

Na równi pochyłej o kącie nachylenia α znajduje się odważnik o masie M (Rys. 2), który zawsze dotyka całą powierzchnią swojej podstawy równi. Współczynnik tarcia kinetycznego między odważnikiem a równią wynosi f . Odważnik jest połączony nieważką, nierozciągliwą linką z odważnikiem o masie m , który wisi poza krawędzią równi. Linka przesuwa się bez tarcia po bloczku. Wiadomo, że fragment linki między odważnikiem o masie M i bloczkiem jest zawsze równoległy do stoku równi, a przedłużenie tego fragmentu linki zawsze przechodzi przez środek masy odważnika o masie M . Przyspieszenie ziemskie wynosi g .

a) Jaki warunek musi spełniać współczynnik tarcia statycznego f_s , aby odważniki spoczywały, jeśli nie nadano im prędkości początkowych?

b) Oblicz wartość przyspieszenia odważnika o masie m , jeśli wiadomo, że odważniki zaczęły się poruszać i odważnik o masie m opada.

Zaproponuj wartości liczbowe wielkości występujących w zadaniu i uzyskaj wyniki liczbowe.



6 Zderzenie centralne *

Kula o masie m_1 i prędkości v_1 zderza się z kulą o masie m_2 i prędkości v_2 . Zderzenie jest idealnie sprężyste, a środki geometryczne kul cały czas znajdują się na tej samej prostej. Kule nie wirują. Oblicz prędkość kuli o masie m_1 po zderzeniu. Wynik doprowadź do postaci, w której nie występuje pierwiastek kwadratowy. Sprawdź wynik w przypadku, gdy $m_1/m_2 \rightarrow 0$, oraz w przypadku, gdy $m_2/m_1 \rightarrow 0$.

Spróbuj rozwiązać układ równań sprytnie, bez standardowej procedury dla trójkianu kwadratowego.

7 Wagon i deszcz *

Wagon o masie m_0 zaczął poruszać się bez tarcia po poziomych torach. Jego prędkość początkowa wynosiła v_0 . Ze względu na pionowo padający, przymarzający deszcz masa wagonu zwiększa się w

tempie w . Znajdź zależność prędkości wagonu od czasu. Po jakim czasie od startu wagonu jego prędkość zmniejszy się stokrotnie, jeśli $m_0 = 10^4$ kg, $w = 0.99$ kg/s?

8 Trochę inne zadanie - ?B

Oszacuj ilość pamięci, jaką powinien dysponować każdy mieszkaniec planety Ziemia, aby można było zapisać tyle bajtów, ile jest atomów w próbce zawierającej jedynie ^{12}C i wazącej 12 g.

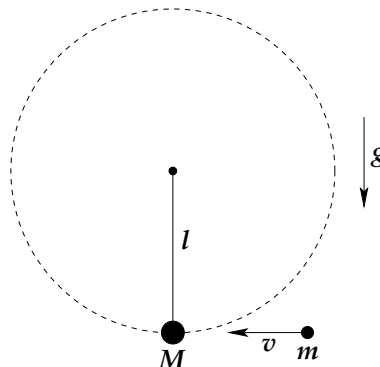
9 Postrzelone wahadło *

Metalowy ciężarek o masie $M = 1960$ g wisi na bardzo lekkim sznurku o długości $l = 50$ cm. Sznurek zaczepiony jest jednym końcem w środku ciężkości ciężarka, a drugim w taki sposób, że po nadaniu ciężarkowi prędkości o odpowiednio dużej wartości ciężarek może poruszać się po okręgu leżącym w płaszczyźnie pionowej.

W pewnej chwili w ciężarek uderza poziomo lecący z prędkością o wartości v pocisk o masie $m = 40$ g. Pocisk zlepia się trwale z ciężarkiem. Powstałą bryłę można traktować jak punkt materialny (w rozwiązaniach można pominąć rozmiary bryły).

Jaka powinna być minimalna wartość prędkości pocisku, aby utworzona bryła zatoczyła pełny okrąg o promieniu l w płaszczyźnie pionowej?

Przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego $g = 9,8$ m/s².



10 Zakręcona ćma (wersja deluxe) *

Ćma leci do źródła światła. Wektor prędkości ćmy jest nachylony pod kątem α względem odcinka ćma-źródło. Tor zawarty jest w płaszczyźnie (tzw. ruch płaski). Owad startuje z odległości ρ_0 od źródła. Rozważyć przypadki, gdy:

a) kąt α jest stały, a szybkość ćmy zależy od odległości ćma-źródło jak $v(\rho) = v_0(\rho/\rho_0)^n$, gdzie v_0 i n są stałymi. Znaleźć tor, po jakim porusza się ćma oraz jego długość. Podać równanie ruchu owada. Kiedy czas lotu jest skończony?

b) szybkość lotu owada jest stała, a kąt α zależy od odległości ćma-źródło jak $\alpha(\rho) = \arctan(a\rho^m)$, gdzie a i m są stałymi. Znaleźć tor, po jakim porusza się ćma.

11 Spacer biedronki po płycie *

Płyta gramofonowa o promieniu R kręci się z prędkością kątową ω względem układu inercyjnego. Ze środka płyty wyrusza biedronka o masie m . Ile powinien wynosić współczynnik tarcia między biedronką a płytą, aby owad mógł osiągnąć krawędź płyty, poruszając się cały czas ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością v' względem płyty? Rozwiązać korzystając z wzorów na siły pozorne. Czy zwiększenie masy biedronki pozwoliłoby jej na taki sam spacer po szybciej wirującej płycie? Jednorodne pole grawitacyjne jest prostopadłe do powierzchni płyty.

12 Koralik na pręcie *

Koralik o masie m porusza się bez tarcia wzdłuż wirującego pręta. Pręt jest nachylony do poziomu pod kątem α , a obraca się ze stałą prędkością kątową ω dookoła pionowej osi. Pręt nie porusza się w pionie, układ znajduje się w jednorodnym, stałym polu grawitacyjnym. Znaleźć prędkość i położenie koralika względem pręta, zakładając, że w chwili początkowej koralik spoczywał w odległości D od osi obrotu.

13 Zjazd po ruchomej równi *

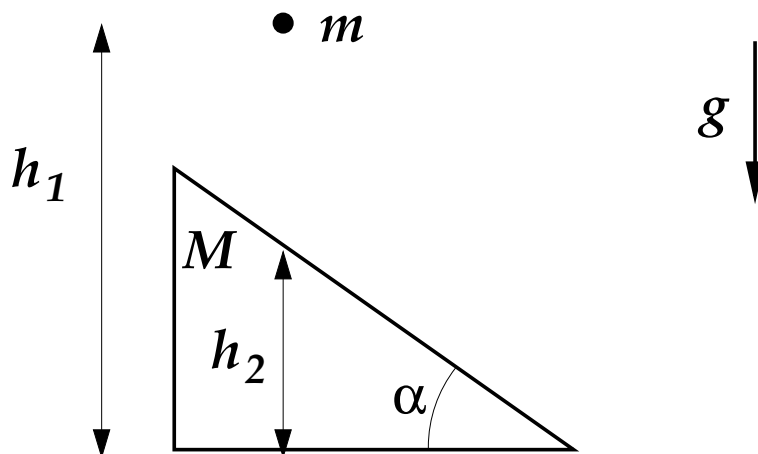
Równia pochyła o kącie nachylenia α oraz o masie M może bez tarcia przesuwać się po stole. Na równię położono ciężarek o masie m . Obliczyć przyspieszenie równi oraz przyspieszenie ciężarka w inercyjnym układzie związanym ze stołem, a także przyspieszenie ciężarka w układzie związanym z równią. Rozpatrzyć dwa przypadki:

- ciężarek zsuwa się po równi bez tarcia,
- ciężarek zsuwa się po równi z tarciami, a współczynnik tarcia wynosi μ .

Czy ciężarek może oderwać się od powierzchni równi? Jednorodne pole grawitacyjne jest prostopadłe do powierzchni stołu.

14 Zderzenie z ruchomą równią *

Z wysokości h_1 nad poziomym lodowiskiem upuszczono kulkę o masie m . Na wysokości h_2 kulka odbiła się idealnie sprężyście od równi pochyłej, która początkowo spoczywała. Znajdź wektor prędkości kulki tuż po odbiciu się od równi. Kąt nachylenia równi wynosi α , a jej masa M . Równia może poruszać się po lodowisku bez tarcia. Układ znajduje się w polu grawitacyjnym o natężeniu g . Promień kulki oraz czas trwania zderzenia są zanedbywalnie małe. Uzyskaj również wynik liczbowy w przypadku, gdy $m = 2$ kg, $h_1 = 2.6$ m, $h_2 = 0.8$ m, $M = 4$ kg, $\alpha = 45^\circ$ oraz $g = 10$ m/s².

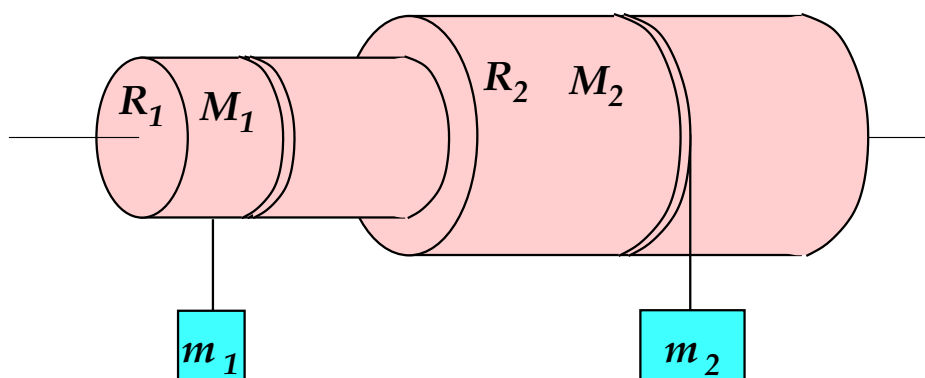


15 Małpa

Odważnik o masie M przymocowano do nieważkiej, nierozciągliwej liny, którą przewieszono przez bloczek przyczepiony do sufitu. Za swobodny koniec liny chwyciła małpa o masie m i wspina się. Jakim ruchem względem liny przemieszcza się małpa, skoro jej odległość od sufitu się nie zmienia? Obliczyć parametry tego ruchu. Bloczek jest nieważki, a układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym.

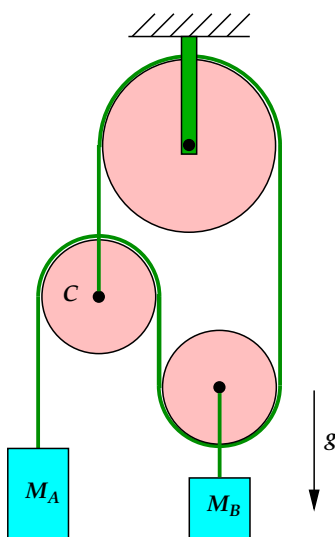
16 Bloczek-dźwignia

Bloczek składający się z dwóch sztywno połączonych jednorodnych walców może obracać się dookoła własnej osi symetrii. Na walec o promieniu R_1 i masie M_1 nawinięto nierozciągliwy sznurek, do którego przymocowano ciężarek o masie m_1 . W przeciwnym kierunku nawinięto na walec o promieniu R_2 i masie M_2 nierozciągliwy sznurek, do którego przymocowano ciężarek o masie m_2 . Układ znajduje się w stałym jednorodnym polu grawitacyjnym. Obliczyć przyspieszenie ciężarka o masie m_1 .



17 Straszliwy wielokrążek *

Z jakimi przyspieszeniami będą poruszać się odważniki o masach M_A oraz M_B w układzie przedstawionym na rysunku? Wszystkie bloczki są nieważkie, a nieważka, nierozciągliwa lina porusza się bez tarcia. Układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym.



Zadanie to wymyśliłem na kolokwium z Fizyki IBC na jesieni 2006 r. Spośród 155 piszących kolokwium 7 osób przedstawiło poprawne rozwiązanie. Zadanie zostało następnie wykorzystane w Olimpiadzie Fizycznej.

18 Moment pędu układu *

Układ N punktów materialnych jest izolowany. Oddziaływania między punktami materialnymi spełniają III zasadę dynamiki. Udowodnij, że całkowity moment pęd układu jest zachowany, jeśli dla każdego dwóch punktów materialnych siła, jaką jeden z nich działa na drugi, jest równoległa do prostej przechodzącej przez te punkty materialne.

19 Kometa Halleya *

Oblicz największą i najmniejszą wartość prędkości komety, jeśli najmniejsza i największa odległość od komety do Słońca równa jest odpowiednio d oraz D . Dane są masa Słońca M_S oraz stała grawitacji G . Uzyskaj również wyniki liczbowe, jeśli przyjmiemy $d = 9 \cdot 10^{10}$ m, $D = 5 \cdot 10^{12}$ m, $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg oraz $G = 7 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻².

20 Trójkąt grawitacyjny *

Jakie warunki muszą być spełnione, aby odległości między trzema swobodnymi punktami materialnymi były stałe, jeśli znane są ich masy oraz wiadomo, że punkty nie leżą na prostej? Oblicz prędkość kątową punktów materialnych w inercjalnym układzie, w którym środek ich masy spoczywa. Wyprowadź warunki na odległości pomiędzy ciałami. Punkty materialne oddziałują jedynie grawitacyjnie. Układ jest izolowany.

21 Akcelerator, magnes i ekran

Początkowo spoczywającą cząstkę o dodatnim ładunku Q i masie m przyspieszono za pomocą akceleratora o długości L . W akceleratorze wytwarzane jest jednorodne pole elektryczne E . Tuż za akceleratorem cząstka wleciała w obszar jednorodnego pola magnetycznego B . W jakiej odległości D od końca akceleratora cząstka uderzy w ekran? Kąt między osią akceleratora a płaszczyzną ekranu wynosi α . W wybranym układzie współrzędnych wektory pól są wyrażone następująco: $\vec{E} = E(\cos \alpha \hat{e}_x + \sin \alpha \hat{e}_y)$ i $\vec{B} = B\hat{e}_z$, równanie ekranu ma postać $y = 0$, a cząstka opuszczając akcelerator przelatuje przez początek układu współrzędnych.

22 Pola równoległe *

Cząstka o ładunku Q i masie m , mając początkową prędkość $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{e}_x + v_{0y}\hat{e}_y$, wlatuje w obszar równoległych, jednorodnych pól: elektrycznego $\vec{E} = E\hat{e}_y$ i magnetycznego $\vec{B} = B\hat{e}_y$. Wynikające z drugiej zasady dynamiki Newtona równania na współrzędne położenia cząstki x i z rozwiązać po sprowadzeniu do jednego równania na zmienną zespoloną $f = \dot{x} + i\dot{z}$. Podać równanie ruchu cząstki zakładając, że w chwili początkowej przelatowała przez początek układu współrzędnych. Jaki warunek musi być spełniony, aby cząstka dotarła do ekranu, którego równanie ma postać $x = L$? Jaki obraz utworzą na ekranie cząstki o różnych wartościach v_{0x} , jeśli założyć, że odległość L jest mała w porównaniu z promieniem toru w płaszczyźnie XZ , tzn. $L \ll |v_{0x}m/(QB)|$?

Wskazówka: Obraz można znaleźć jako zależność $y(z)$ po zastosowaniu następujących przybliżeń dla $x(t)$ i $z(t)$: jeśli $\sin \alpha \ll 1$, to $\sin \alpha \approx \alpha$ oraz $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$.

23 Pola prostopadłe *

Cząstka o ładunku Q i masie m znajduje się w obszarze prostopadłych, jednorodnych pól: elektrycznego $\vec{E} = E\hat{e}_z$ i magnetycznego $\vec{B} = B\hat{e}_y$. Wynikające z drugiej zasady dynamiki Newtona równania na współrzędne położenia cząstki x i z rozwiązać po sprowadzeniu do jednego równania na zmienną zespoloną $f = \dot{x} + i\dot{z}$. Podać równanie ruchu cząstki zakładając, że w chwili początkowej wyruszała ona z początku układu współrzędnych z prędkością początkową $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{e}_x + v_{0y}\hat{e}_y$. Jakie warunki muszą być spełnione, aby torem cząstki była zwykła cykloida? Jakie warunki muszą być spełnione, aby cząstka poruszała się ruchem jednostajnym prostoliniowym? Jaka będzie wtedy jej prędkość?

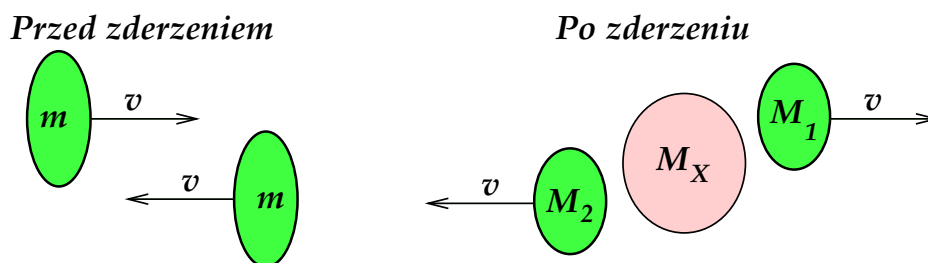
Fizyka relatywistyczna

W poniższych problemach należy uwzględniać efekty relatywistyczne.

24 Zderzenie dwóch jąder

Dwa jądra atomowe zbliżają się do siebie. Każde ma masę m i porusza się z prędkością v (kierunki prędkości są równoległe). Po zderzeniu obserwujemy dwa jądra o masach $M_1 = \frac{3}{4}m$ i $M_2 = \frac{1}{4}m$, które kontynuują ruch pierwotnych jąder (tzn. mają tę samą prędkość i kierunek co pierwotne jądra), oraz układ cząstek powstałych w zderzeniu, X . Obliczyć masę niezmienniczą układu X , M_X . Podać również wyrażenie na M_X w szczególnych przypadkach: a) $M_1 = M_2$ oraz b) $M_1 = M_2 = \frac{1}{2}m$.

Uwaga: Zastanowić się, jaki jest kierunek wektora pędu układu X . Pominąć efekty związane z budową jądra.



25 Awaria rakiety i wyprawa ratunkowa

Z Ziemi wyrusza rakieta lecąca z prędkością $c/2$. Po 10 dniach rakieta ulega awarii (10 dni wg pokładowego zegara). Załoga wysłała sygnał świetlny z prośbą o pomoc. Po otrzymaniu wiadomości centrum lotów na Ziemi natychmiast wysłała raketę ratunkową. Z jaką szybkością v powinna się ona poruszać względem Ziemi, aby uratować załogę pierwszej z raket, w której astronauta mogą utrzymać się przy życiu przez 30 dni od awarii?

26 Fotografia pręta *

Równoległy do osi Y pręt porusza się wzdłuż osi X z prędkością v . Fotografujemy pręt aparatem znajdującym się w punkcie $x = y = 0, z = a$. Na zdjęciu środek pręta znajduje się w początku układu współrzędnych. Jaki jest kształt pręta na fotografii?