



Projekt Fizyka Plus nr POKL.04.01.02-00-034/11 współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki.

Kurs Plus - Fizyka

Materiały na kurs podstawowy, uzupełniający

Przygotowanie: Piotr Niezurawski, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

e-mail: Piotr.Niezurawski@fuw.edu.pl

Powinniśmy porzucić rozróżnienie pomiędzy myślą naukową a nienaukową.

Właściwe rozróżnienie polega na podziale na myśl logiczną i nielogiczną.

Clive Staples Lewis (1898–1963)

Zadania oznaczone gwiazdką są trudniejsze. W zadaniach, w których pojawia się moment bezwładności, można przyjmować, że dany obiekt jest nieważki.

1 Polowanie na asteroidę 3D

W przestrzeni kosmicznej porusza się bryła skalna. W pewnym układzie kartezjańskim jej położenie zależy od czasu następująco

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_x t + x_0 \\ v_y t \\ v_z t \end{pmatrix}$$

Jaki jest tor bryły skalnej?

Jakie warunki musimy spełnić, ustawiając działo, którym powinniśmy rozbić bryłę skalną, jeśli: wylot działa znajduje się w początku układu współrzędnych, musimy strzelać w chwili $t = 0$, a prędkość pocisku wynosi u ?

Jeśli $v_x = -3$ m/s, $x_0 = 200$ m, $v_y = v_z = 6$ m/s oraz $u = 11$ m/s, znajdź wektor (wektory?) prędkości pocisku, który uderzy w bryłę.

Podaj przykład sytuacji, w której trafienie pociskiem w bryłę nie jest możliwe.

2 Wioślarz

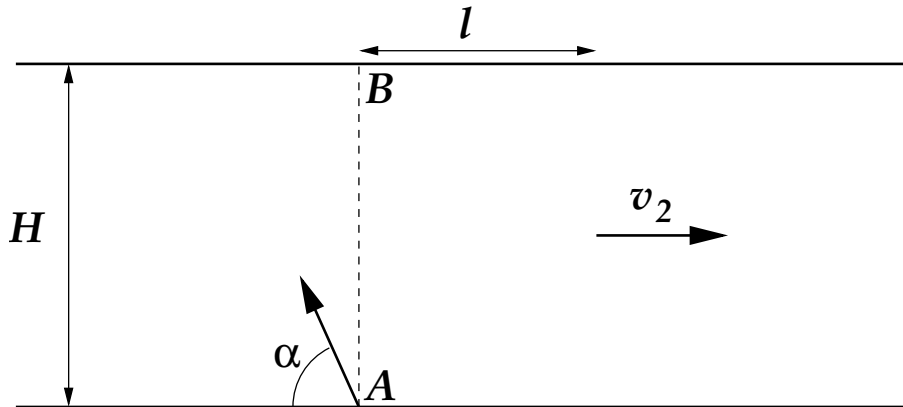
Wioślarz płynie łodzią w górę rzeki. Gdy przepływał pod mostem, z jego łodzi wypadło koło ratunkowe. Po czasie $t = 15$ min wioślarz zauważył zgubę. Natychmiast zaczął płynąć w dół rzeki i dopędził zgubione koło w odległości $s = 1$ km od mostu. Obliczyć prędkość prądu rzeki, jeżeli wioślarz cały czas wiosłował z jednakowym wysiłkiem.

Proszę na początku rozwiązać zadanie w myślach, bez wypisywania wzorów.

3 Łódka (ukośnie względem brzegu)

Przewoźnik, który przepławia się przez rzekę o szerokości H z punktu A , przez cały czas kieruje łódź pod kątem α względem brzegu rzeki (czyli między brzegiem a prostą przechodzącą przez dziób i środek rufy jest kąt α ; Rys. 3). Wyznacz prędkość łódki względem wody \vec{v}_1 , jeśli prędkość wody względem brzegu wynosi \vec{v}_2 (równoległa do brzegu), a łódkę zniosło na odległość l poniżej punktu B .

Rys. 3

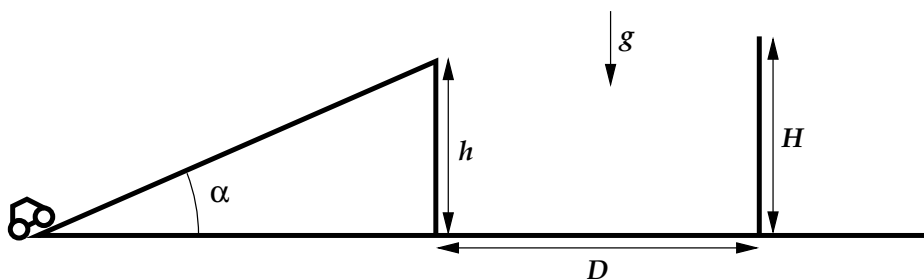


4 Tarcza antyrakietowa

W chwili, gdy nad stanowiskiem artyleryjskim przelatuje rakietą, kanonier strzela z armatki. Prędkość początkowa pocisku wynosi v_P . Pod jakim kątem do poziomu powinna być ustawiona armata, aby strącić raketę, jeśli leci ona cały czas z poziomą prędkością v_R ? Na jakiej wysokości powinna lecieć rakietą, aby przy opisanym postępowaniu kanoniera uniknęła ona zestrzelenia? Zaniedbaj wysokość armatki oraz opory ruchu. Uzyskaj również wyniki liczbowe w przypadku, gdy $v_R = 500$ m/s oraz $v_P = 1$ km/s. Przyjmij przyspieszenie ziemskie $g = 10$ m/s².

5 Kaskaderski skok

Samochód rusza z początku równi ze stałym przyspieszeniem. Kąt nachylenia równi do poziomu wynosi α , a jej wysokość h . W odległości D od końca równi ustawiona jest bariera o wysokości H . Załóż, że po opuszczeniu równi na samochód działa tylko siła pochodząca od stałego, jednorodnego pola grawitacyjnego. Oblicz minimalne przyspieszenie samochodu, z jakim powinien poruszać się w górę równi, aby przelecieć nad barierą. Uzyskaj również wynik liczbowy w przypadku, gdy $\alpha = 45^\circ$, $h = 5$ m, $D = 10$ m, $H = 3$ m.



6 Oscylator tłumiony *

Oblicz prędkość i przyspieszenie ciężarka, którego położenie na osi X jest opisane równaniem

$$x(t) = A e^{-\lambda t} \sin(\omega t + \phi) ,$$

gdzie A , λ , ω , ϕ są pewnymi stałymi. Wyraż przyspieszenie jako funkcję prędkości i położenia.

7 Zakręcona ćma (wersja light)

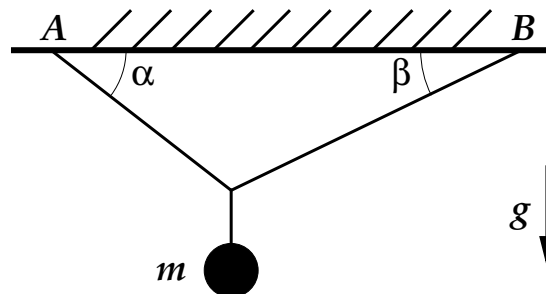
Ćma leci do źródła światła. Wektor prędkości ćmy jest nachylony pod stałym kątem $\alpha_0 = 60^\circ$ względem odcinka ćma–źródło. Tor zawarty jest w płaszczyźnie (tzw. ruch płaski). Owad startuje z odległości $\rho_0 = 6$ m od źródła światła. Szybkość ćmy jest stała i równa $v_0 = 3$ m/s. Oblicz czas lotu ćmy do źródła światła. Naskicuj tor, po jakim porusza się owad. Oblicz długość toru.

8 Podwieszenie Y

Kulka o masie m została zawieszona za pomocą nieważkich, nierozciągliwych linek. Wyznacz siły – graficznie i algebraicznie – jakimi linki działają na sufit w punktach A i B w sytuacji przedstawionej na Rysunku 1. Kąty α i β oraz przyspieszenie ziemskie g są dane.

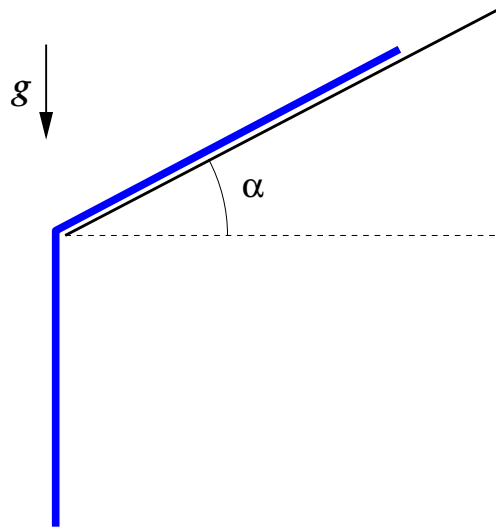
Po uzyskaniu odpowiedzi zastanów się, czy naprężoną linę rzeczywiście można rozerwać za pomocą niewielkiej, poprzecznej siły.

Rys. 1



9 Lina i pochyły stół

Połowa elastycznej liny zwisa ze stołu, którego blat jest nachylony pod kątem α względem poziomu. Lina pozostaje w spoczynku. Co można powiedzieć o współczynniku tarcia statycznego liny o stół? Tuż przy brzegu blatu tarcie nie występuje (tam, gdzie zagina się lina).



Uwaga: Pamiętaj, że w przypadku statycznym $T = \mu N$ jest wartością maksymalną siły tarcia statycznego (aktualna wartość może być mniejsza lub równa).

10 Ciekawy skutek braku masy

Udowodnij następujące twierdzenie.

Wypadkowa siła działająca na nieważkie ciało jest zawsze równa 0.

Jest ono bardzo przydatne zagadnieniach, w których występują nieważkie liny, pręty, bloczki itd.

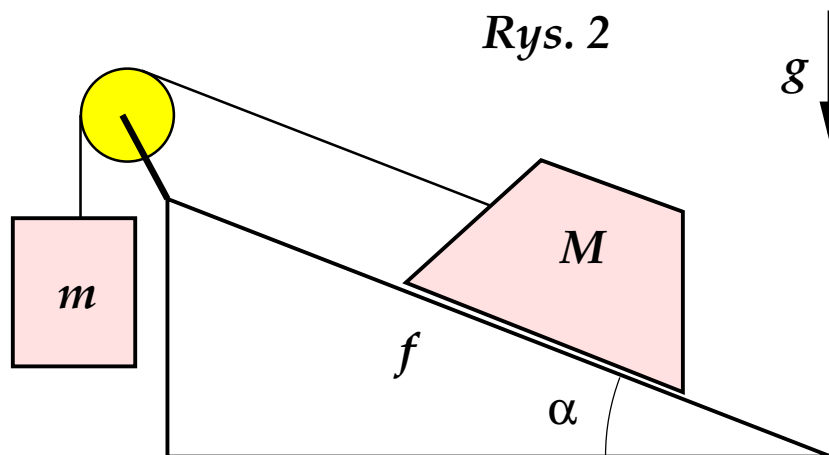
11 Wjazd

Na równi pochyłej o kącie nachylenia α znajduje się odważnik o masie M (Rys. 2), który zawsze dotyka całą powierzchnią swojej podstawy równi. Współczynnik tarcia kinetycznego między odważnikiem a równią wynosi f . Odważnik jest połączony nieważką, nierozciągliwą linką z odważnikiem o masie m , który wisi poza krawędzią równi. Linka przesuwa się bez tarcia po bloczku. Wiadomo, że fragment linki między odważnikiem o masie M i bloczkiem jest zawsze równoległy do stoku równi, a przedłużenie tego fragmentu linki zawsze przechodzi przez środek masy odważnika o masie M . Przyspieszenie ziemskie wynosi g .

a) Jaki warunek musi spełniać współczynnik tarcia statycznego f_s , aby odważniki spoczywały, jeśli nie nadano im prędkości początkowych?

b) Oblicz wartość przyspieszenia odważnika o masie m , jeśli wiadomo, że odważniki zaczęły się poruszać i odważnik o masie m opada.

Zaproponuj wartości liczbowe wielkości występujących w zadaniu i uzyskaj wyniki liczbowe.



12 W kulki

Dwie identyczne kulki, każda o masie $m = 20$ g odbijają się idealnie sprężysto od nieruchomej ściany, której powierzchnia w wybranym, prawoskrętnym układzie współrzędnych kartezjańskich jest opisana równaniem $x = 0$. Prędkości kulek przed odbiciem są równe

$$\vec{v}_1 = [2; 3; 5] \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = [5; -2; -1] \text{ m/s}$$

- Określ prędkości kulek po odbiciu (gdzie muszą znajdować się początkowo kulki, by zaszło odbicie?).
- Wyznacz wektor zmiany pędu każdej z kulek.
- Oblicz średnią siłę, jaką działają kulki na ścianę, jeśli takie zdarzenie powtarza się co 2 s.
- Oblicz energię kinetyczną kulek.
- Oblicz kąt między prędkościami kulek przed zderzeniem i po nim.

13 Spadochroniarz

Spadochroniarz o masie 75 kg opada na spadochronie pionowo w dół ze stałą prędkością o wartości 4 m/s. Oblicz siłę oporów ruchu działającą na spadochroniarza wraz ze spadochronem. Z której zasady dynamiki skorzystałeś?

14 Statek kosmiczny

Statek kosmiczny spoczywał, a następnie rozpadł się na dwie części: jedna część o masie 5000 kg porusza się z prędkością 20 m/s. Oblicz masę drugiego fragmentu statku, jeśli jego prędkość jest równa 4 m/s.

15 Rozstanie

Z dala od innych ciał spoczywa układ dwóch odważników o masach m_1 i m_2 ściskających nieważką sprężynę, której współczynnik sprężystości wynosi k , a długość swobodna równa jest L . Nieruchome odważniki znajdują się w odległości l od siebie. Oblicz prędkości odważników po chwili, gdy sprężyna przestanie na nie oddziaływać. Uzyskaj również wyniki liczbowe w przypadku, gdy $m_1 = 20$ kg, $m_2 = 10$ kg, $k = 500$ N/m, $L = 50$ cm, $l = 30$ cm. Zaniedbaj oddziaływanie grawitacyjne między odważnikami.

16 Zderzenie centralne *

Kula o masie m_1 i prędkości v_1 zderza się z kulą o masie m_2 i prędkości v_2 . Zderzenie jest idealnie sprężyste, a środki geometryczne kul cały czas znajdują się na tej samej prostej. Kule nie wirują. Oblicz prędkość kuli o masie m_1 po zderzeniu. Wynik doprowadź do postaci, w której nie występuje pierwiastek kwadratowy. Sprawdź wynik w przypadku, gdy $m_1/m_2 \rightarrow 0$, oraz w przypadku, gdy $m_2/m_1 \rightarrow 0$.

Spróbuj rozwiązać układ równań sprytnie, bez standardowej procedury dla trójmianu kwadratowego.

17 Winda

Na zamocowanym do sufitu windy siłomierzu wisi odważnik. Gdy winda znajdowała się w spoczynku, siłomierz wskazywał 40 N. Gdy winda poruszała się, siłomierz wskazywał 44 N.

- Jak nazywa się siła, która powoduje zmianę wskazań siłomierza?
- Jakimi rodzajami ruchu i w którą stronę mogła poruszać się winda?
- Oblicz wartość przyspieszenia windy. Przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego 10 m/s^2 .

18 Tramwaj

Podczas hamowania tramwaju uchwyt do trzymania się, zamocowany pod sufitem wagonu, odchylił się od pionu o kąt 10° . Pojazd poruszał się po prostych, poziomych szynach ruchem jednostajnie opóźnionym. Przyjmij, że wartość przyspieszenia ziemskiego wynosi 10 m/s^2 .

- Narysuj, oznacz i nazwij wszystkie siły działające na swobodnie wiszący uchwyt podczas hamowania **w układzie odniesienia związanym z tramwajem**.
- Oblicz wartość opóźnienia tramwaju podczas hamowania.

19 Trochę inne zadanie - ?B

Oszacuj ilość pamięci, jaką powinien dysponować każdy mieszkaniec planety Ziemia, aby można było zapisać tyle bajtów, ile jest atomów w próbce zawierającej jedynie ^{12}C i ważącej 12 g.

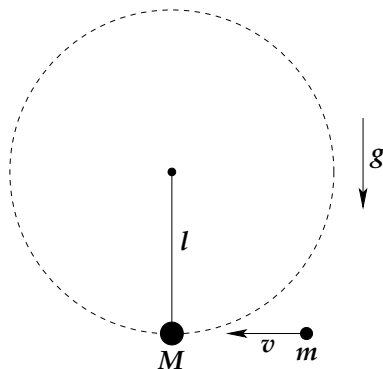
20 Postrzelone wahadło *

Metalowy ciężarek o masie $M = 1960 \text{ g}$ wisi na bardzo lekkim sznurku o długości $l = 50 \text{ cm}$. Sznurek zaczepiony jest jednym końcem w środku ciężkości ciężarka, a drugim w taki sposób, że po nadaniu ciężarkowi prędkości o odpowiednio dużej wartości ciężarek może poruszać się po okręgu leżącym w płaszczyźnie pionowej.

W pewnej chwili w ciężarek uderza poziomo lecący z prędkością o wartości v pocisk o masie $m = 40 \text{ g}$. Pocisk zlepia się trwale z ciężarkiem. Powstałą bryłę można traktować jak punkt materialny (w rozważaniach można pominąć rozmiary bryły).

Jaka powinna być minimalna wartość prędkości pocisku, aby utworzona bryła zatoczyła pełny okrąg o promieniu l w płaszczyźnie pionowej?

Przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



21 Ruchoma równia z zagadką

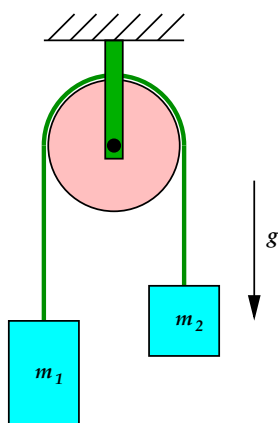
Równia pochyła o kącie nachylenia α oraz o masie M może przesuwać się bez tarcia po stole. Na równię położono ciężarek o masie m . Ciężarek zaczął zsuwać się bez tarcia po równi, a po przebyciu drogi L' wzdłuż stoku uzyskał prędkość v' w układzie związanym z równią. Ile wynosi w tym momencie prędkość równi względem stołu? Uzyskać również wynik liczbowy w przypadku, gdy $m = 1$ kg, $v' = 0.1$ m/s, $L' = 0.5$ m, $M = 0.5$ kg, $\alpha = 30^\circ$, $g = 10$ m/s². Która informacja jest zbędna?

22 Błoczek w dwóch odsłonach

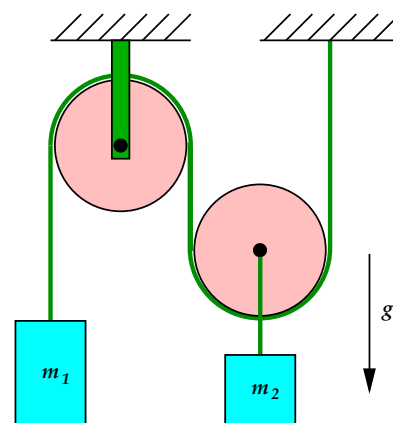
Dwa odważniki o masach m_1 oraz m_2 połączono nieważką, nierozciągliwą liną i przewieszono przez błocek o promieniu R , który przymocowano do sufitu (układ przedstawiono na rysunku). Z jakim przyśpieszeniem będzie poruszać się odważnik o masie m_1 , jeśli:

- błocek jest nieważki,
- moment bezwładności błočka względem jego osi obrotu wynosi I .

Układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym.



Rysunek do Zadania 22



Rysunek do Zadania 23

23 O tym, jak jeden może wciągnąć dwóch

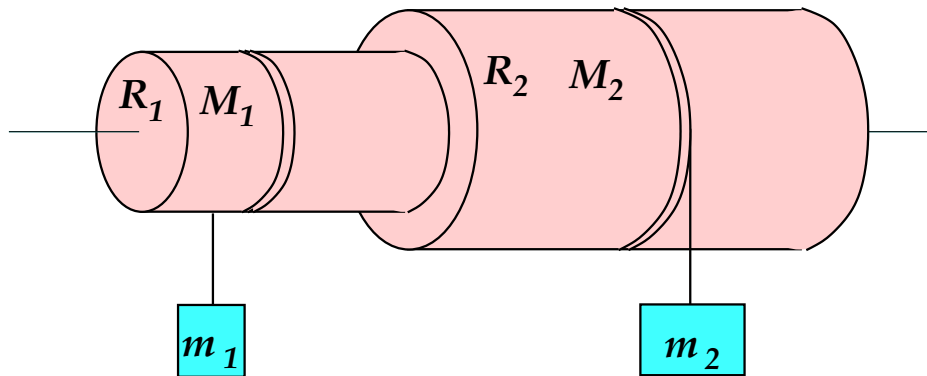
Odważnik o masie m_1 przymocowano do nieważkiej, nierozciągliwej linii, którą przewieszono przez błocek przyczepiony do sufitu. Na linę nawleczono następnie drugi błocek z uwiązaniem do jego osi odważnikiem o masie m_2 . Koniec linii zaczepiono pod sufitem (układ przedstawiono na rysunku). Z jakim przyśpieszeniem będzie poruszać się odważnik o masie m_1 , jeśli błočki są nieważkie? Układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym.

24 Małpa

Odważnik o masie M przymocowano do nieważkiej, nierozciągliwej liny, którą przewieszono przez bloczek przyczepiony do sufitu. Za swobodny koniec liny chwyciła małpa o masie m i wspina się. Jakim ruchem względem liny przemieszcza się małpa, skoro jej odległość od sufitu się nie zmienia? Obliczyć parametry tego ruchu. Bloczek jest nieważki, a układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym.

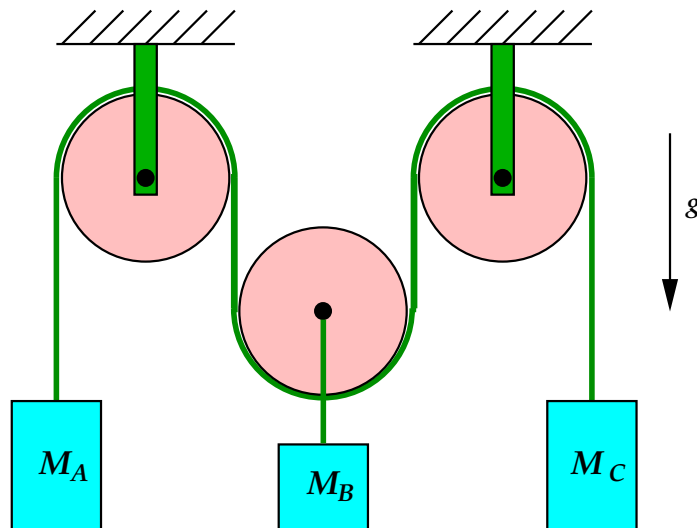
25 Bloczek-dźwignia

Bloczek składający się z dwóch sztywno połączonych jednorodnych walców może obracać się dookoła własnej osi symetrii. Na walec o promieniu R_1 i masie M_1 nawinięto nierozciągliwy sznurek, do którego przymocowano ciężarek o masie m_1 . W przeciwnym kierunku nawinięto na walec o promieniu R_2 i masie M_2 nierozciągliwy sznurek, do którego przymocowano ciężarek o masie m_2 . Układ znajduje się w stałym jednorodnym polu grawitacyjnym. Obliczyć przyśpieszenie ciężarka o masie m_1 .



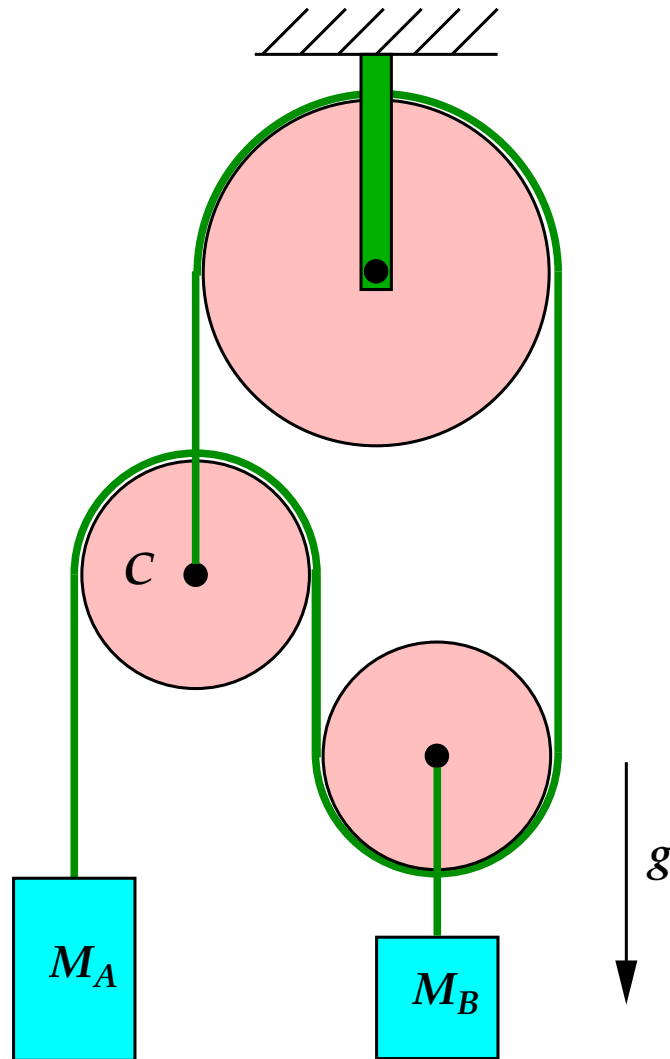
26 Bloczki trzy

Z jakim przyśpieszeniem będzie poruszać się odważnik o masie M_A w układzie przedstawionym na rysunku, jeśli masy wszystkich odważników – M_A , M_B oraz M_C – są znane? Bloczki są nieważkie, a nieważka, nierozciągliwa lina porusza się bez tarcia. Układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym.



27 Straszliwy wielokrażek *

Z jakimi przyspieszeniami będą poruszać się odważniki o masach M_A oraz M_B w układzie przedstawionym na rysunku? Wszystkie bloczki są nieważkie, a nieważka, nierozciągliwa lina porusza się bez tarcia. Układ znajduje się w jednorodnym polu grawitacyjnym.



Zadanie to wymyśliłem na kolokwium z Fizyki IBC na jesieni 2006 r. Spośród 155 piszących kolokwium 7 osób przedstawiło poprawne rozwiązanie. Zadanie zostało następnie wykorzystane w Olimpiadzie Fizycznej.

28 Moment pędu punktu materialnego

Wychodząc z II zasady dynamiki $\dot{\vec{p}} = \vec{F}$, gdzie \vec{p} jest pędem punktu materialnego, a \vec{F} działającą na niego siłą, udowodnij, że obowiązuje równanie

$$\dot{\vec{J}} = \vec{M},$$

gdzie $\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p}$ (moment pędu), $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ (moment siły), a \vec{r} jest wektorem położenia punktu materialnego.

29 Kamień na sznurku

Przymocowany do sznurka kamień rozkręciłeś tak, że w czasie 2 s zakreśla okrąg o promieniu 1 m. Sznupek można skracać, wyciągając go w punkcie zamocowania, czyli w środku okręgu, po jakim porusza się kamień. Jaki będzie okres obiegu kamienia po okręgu, jeśli promień okręgu zmniejszysz do 30 cm? Pomiń wpływ oddziaływań grawitacyjnych oraz oporów ruchu. Sprawdź jakościowe przewidywania w doświadczeniu.

30 Kometa Halleya *

Oblicz największą i najmniejszą wartość prędkości komety, jeśli najmniejsza i największa odległość od komety do Słońca równa jest odpowiednio d oraz D . Dane są masa Słońca M_S oraz stała grawitacji G . Uzyskaj również wyniki liczbowe, jeśli przyjmiemy $d = 9 \cdot 10^{10}$ m, $D = 5 \cdot 10^{12}$ m, $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg oraz $G = 7 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻².

31 Wirujący pocisk

Pocisk składający się z dwóch ciężarków o masach m_1 i m_2 , połączonych sztywnym, nieważkim prętem o długości D , wyrzucono pionowo do góry. Początkowa prędkość środka masy tego układu wynosiła v_0 , a początkowa prędkość kątowa, z jaką układ obraca się względem osi przechodzącej przez środek jego masy i prostopadłej do pręta, była równa ω_0 . Pocisk wiruje w płaszczyźnie zawierającej kierunek pionowy. Jaki jest maksymalny pionowy zasięg pocisku w tym rzucie, jeśli rozmiary ciężarków są zaniedbywalnie małe? Z jaką prędkością kątową będzie wirować pocisk, gdy osiągnie maksymalną wysokość? Uzyskać również wynik liczbowy w przypadku, gdy $v_0 = 60$ m/s, $\omega_0 = 2$ rad/s, $D = 4$ m, $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 4$ kg, $g = 10$ m/s².

32 Akcelerator, magnes i ekran

Początkowo spoczywającą cząstkę o dodatnim ładunku Q i masie m przyspieszono za pomocą akceleratora o długości L . W akceleratorze wytwarzane jest jednorodne pole elektryczne E . Tuż za akceleratorem cząstka wleciała w obszar jednorodnego pola magnetycznego B . W jakiej odległości D od końca akceleratora cząstka uderzy w ekran? Kąt między osią akceleratora a płaszczyzną ekranu wynosi α . W wybranym układzie współrzędnych wektory pól są wyrażone następująco: $\vec{E} = E(\cos \alpha \hat{e}_x + \sin \alpha \hat{e}_y)$ i $\vec{B} = B \hat{e}_z$, równanie ekranu ma postać $y = 0$, a cząstka opuszczając akcelerator przelatuje przez początek układu współrzędnych.

33 Liczba cząsteczek

Objętość jednego mola wodoru w warunkach normalnych, czyli przy temperaturze 0°C i ciśnieniu 101325 Pa, wynosi około 22,4 dm³. Oblicz, ile cząsteczek znajduje się w 1 μm^3 tego gazu. Liczba cząsteczek w jednym molu to około $6 \cdot 10^{23}$.

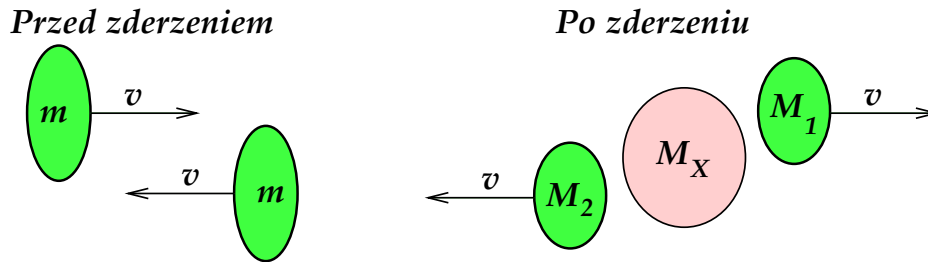
Fizyka relatywistyczna

W poniższych problemach należy uwzględniać efekty relatywistyczne.

34 Zderzenie dwóch jąder

Dwa jądra atomowe zbliżają się do siebie. Każde ma masę m i porusza się z prędkością v (kierunki prędkości są równoległe). Po zderzeniu obserwujemy dwa jądra o masach $M_1 = \frac{3}{4}m$ i $M_2 = \frac{1}{4}m$, które kontynuują ruch pierwotnych jąder (tzn. mają tę samą prędkość i kierunek co pierwotne jądra), oraz układ cząstek powstałych w zderzeniu, X . Obliczyć masę niezmienniczą układu X , M_X . Podać również wyrażenie na M_X w szczególnych przypadkach: a) $M_1 = M_2$ oraz b) $M_1 = M_2 = \frac{1}{2}m$.

Uwaga: Zastanowić się, jaki jest kierunek wektora pędu układu X . Pominąć efekty związane z budową jądra.



35 Pomiar długości rakiety

Dwie rakiety A i B poruszają się w tym samym kierunku z prędkościami v_A i v_B w układzie związanym z nieruchomą gwiazdą. Długość rakiety A w jej układzie spoczynkowym wynosi L . Ile wynosi długość rakiety A w układzie związanym z rakieta B ? Otrzymany wzór sprawdzić w szczególnych przypadkach: a) $v_B = 0$, b) $v_B = v_A$.

36 Rakieta i pocisk lub kapsuła

Wersja militarna:

Samolot leci z prędkością v_S . W odległości L od celu wystrzeliwuje pocisk, którego prędkość względem samolotu wynosi v'_P . Jaki interwał czasu T' należy ustawić na zapalniku czasowym umieszczonym w pocisku, aby eksplozja jego ładunku nastąpiła w chwili osiągnięcia celu? Wielkości L i v_S są mierzone względem nieruchomego układu związanego z celem ataku. Otrzymany wzór sprawdzić w szczególnym przypadku $v'_P = 0$.

Wersja cywilna:

Rakieta leci z prędkością v_S . W odległości L od morskiego brzegu, oddziela się od rakiety kapsuła, której prędkość względem rakiety wynosi v'_P . Kapsuła porusza się w tym samym kierunku co rakieta. Jaki interwał czasu T' należy ustawić automatycznemu pilotowi kapsuły, aby procedurę lądowania zainicjował już nad morzem? Wielkości L i v_S są mierzone względem nieruchomego układu związanego z brzegiem morza. Otrzymany wzór sprawdzić w szczególnym przypadku $v'_P = 0$.

37 Awaria rakiety i wyprawa ratunkowa

Z Ziemi wyrusza rakieta lecąca z prędkością $c/2$. Po 10 dniach rakieta ulega awarii (10 dni wg pokładowego zegara). Załoga wysyła sygnał świetlny z prośbą o pomoc. Po otrzymaniu wiadomości centrum lotów na Ziemi natychmiast wysyła raketę ratunkową. Z jaką szybkością v powinna się ona poruszać względem Ziemi, aby uratować załogę pierwszej z raket, w której astronauta mogą utrzymać się przy życiu przez 30 dni od awarii?